

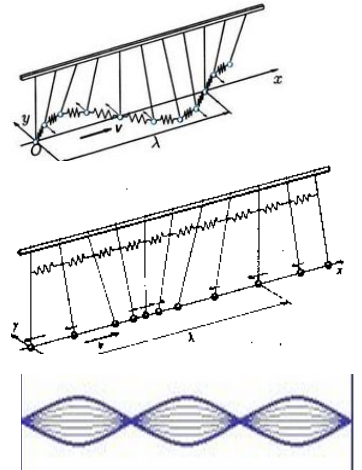
## 23. Mechanické vlnění

### Mechanické vlnění

- je děj, při kterém částice pružného prostředí kmitají kolem svých rovnovážných poloh a tento kmitavý pohyb se přenáší (postupuje) od jedné částice k druhé
- vlnění může vzniknout pouze v soustavě velkého počtu částic vázaných navzájem (např.: molekulovými silami)

### Druhy mechanického vlnění:

1. **Postupné vlnění** – jde o vlnění, které postupuje určitou rychlostí určitým směrem, při jeho šíření nedochází k přenosu hmoty, ale dochází k přenosu energie. Rozlišujeme dva druhy postupného vlnění.
  - **Vlnění příčné** – částice kmitají ve směru kolmém na směr šíření vlnění (např. vlny na vodní hladině).
  - **Vlnění podélné** - částice kmitají ve směru šíření vlnění (např. zvuk).
2. **Stojaté vlnění** – je vázáno na určitý omezený prostor, nepřenáší hmotu ani energii (např. vlnění kytarové struny)



### Fyzikální veličiny charakterizující vlnění:

**Fázová rychlost** vlnění je rychlost, kterou se vlnění šíří. Závisí na vlastnostech prostředí. V daném prostředí je **různá** pro příčné a podélné vlnění.

**Perioda T** - doba, za kterou jedna částice vlnění vykoná celý kmit.

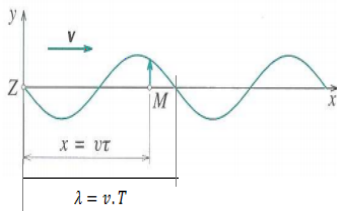
**Frekvence f** – udává počet kmitů částice za jednotku času.

**Vlnová délka**  $\lambda$  je vzdálenost, do níž vlnění dospěje za periodu T kmitání zdroje

$\lambda = v \cdot T$  vlnění a také vzdálenost dvou nejbližších bodů, které kmitají se stejnou fází.

Je zřejmé, že platí následující vztahy:  $\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} = v \cdot \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$

**Rovnice postupného vlnění** - vztah umožňující určit okamžitou výchylku vybraného bodu prostředí v libovolné vzdálenosti  $x$  od zdroje v libovolném okamžiku  $t$ .



Nechť zdroj Z kmitá harmonicky:  $y = y_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

K bodu M dospěje vlnění za dobu  $\tau = \frac{x}{v}$ .

Pro kmitání bodu M tedy platí, že kmitá oproti zdroji se zpožděním  $\tau$ :

$$y = y_m \cdot \sin \omega(t - \tau) = y_m \cdot \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = y_m \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right) = y_m \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}\right) = y_m \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$y = y_m \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$  ... rovnice postupné vlny, výraz  $2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$  se nazývá **fáze vlnění**

Poznámka: U kmitavého pohybu:  $y = y_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$  ... okamžitá výchylka závisí pouze na čase.

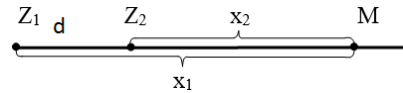
U vlnění:  $y = y_m \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$  ... okamžitá výchylka závisí na čase a na vzdálenosti bodu od zdroje.

## Interference (skládání) vlnění

Vlnění z několika zdrojů se šíří prostorem navzájem nezávisle, jednotlivá vlnění se mohou lišit frekvencí, fází, amplitudou, vlnovou délkou, směrem šíření, ... V místech, kde se vlnění setkávají, dochází ke skládání vlnění a to se projevuje změnou parametrů vlnění v uvažovaném místě. Obecně je tento jev velmi složitý a vytvoření tvaru výsledné vlny je spíše úkolem pro počítač.

*Nejjednodušší případ* interference dvou vlnění ze dvou různých zdrojů nastane tehdy, mají-li obě vlnění stejnou periodu, vlnovou délku, fázovou rychlost a postupují-li prostředím stejným směrem.

Zdroje vln jsou ve vzdálenosti  $d = x_2 - x_1 = \Delta x$



Pro okamžitou výchylku vlnění ze zdroje  $Z_1$  v bodě M platí rovnice:  $y_1 = y_{m1} \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$

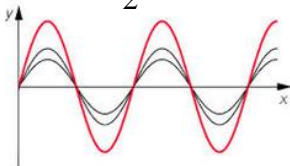
Pro okamžitou výchylku vlnění ze zdroje  $Z_2$  v bodě M platí rovnice:  $y_2 = y_{m2} \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$

Výslednou okamžitou výchylku  $y$  v bodu M určíme součtem  $y = y_1 + y_2 = \dots$ , což početně může být problém.

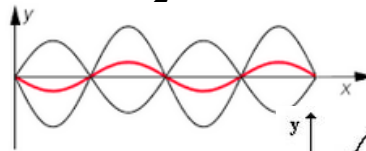
Grafickým řešením zjistíme:

- Pokud je dráhový posun mezi vlnami roven sudému (lichému) násobku poloviny vlnové délky nebo fázový rozdíl roven sudému (lichému) násobku  $\pi$ , má výsledná vlna maximální (minimální) amplitudu.

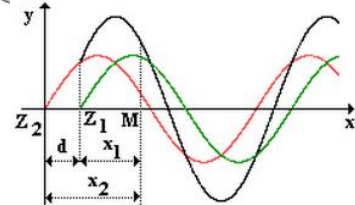
$$\Delta x = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}, \Delta \varphi = 2k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$$



$$\Delta x = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \Delta \varphi = (2k + 1) \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$$



- Pokud dráhový případně fázový posun nevyhovuje uvedeným podmínkám je nutné pro každý kmitající bod zvlášť určit  $y = y_1 + y_2$  (interferující vlny na obrázku mají navíc stejnou amplitudu), výsledná vlna je na obrázku zakreslena černou, dílčí vlny jsou barevně.



Poznámka 1: Pro lepší představu je naznačeno odvození výše uvedených skutečností:

$$y = y_1 + y_2 = y_m \cdot \left[ \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \right] = 2y_m \cdot \cos \frac{\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right)$$

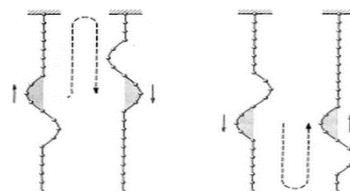
Výraz  $2y_m \cdot \cos \frac{\pi}{\lambda} (x_2 - x_1)$  je amplitudou výsledného vlnění. Jejím rozбором získáme podmínky pro interferenční maximum a minimum.

$$1) \quad y_{mv} = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = (2k+1) \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x_2 - x_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

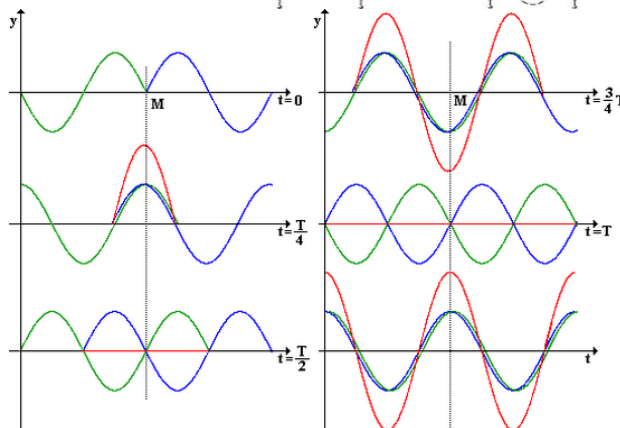
$$2) \quad y_{mv} = \max \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = \pm 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = k\pi \Leftrightarrow x_2 - x_1 = k \lambda$$

Pokud postupně vlnění, které se šíří řadou bodů, dospěje na konec vlnícího se prostředí, dochází k odrazu. Pro tvar odražené vlny je podstatné, zda-li je koncový bod pevně ukotven nebo zda-li je volný.

- 1) **Odraz vlnění na pevném konci** - odražená vlna má opačnou fázi než vlna původní
- 2) **Odraz vlnění na volném konci** - odražená vlna má stejnou fázi než vlna původní



**Stojaté vlnění** – vzniká interferencí dvou vlnění stejných parametrů postupujících proti sobě (např. po odrazu). Postupné vytvoření postupné vlny je názorně zobrazeno na obrázku. Ve stojaté vlně existují body, které nekmitají – uzly a body, které kmitají s maximální amplitudou – kmitny.



### Srovnání postupného a stojatého vlnění:

- 1) **postupné vlnění**: všechny body kmitají se stejnou amplitudou, ale s různou fází (fáze se šíří fázovou rychlostí). Dochází k přenosu mechanické energie.
- 2) **stojaté vlnění**: všechny body mezi dvěma sousedními uzly kmitají se stejnou fází, ale s různou amplitudou. Energie se nepřenáší, jen se periodicky mění  $E_p \leftrightarrow E_k$ .

Poznámka: Pro lepší představu je uvedeno matematické odvození rovnice stojaté vlny a z ní vyplývající existence kmiten a uzlů.

$$\longrightarrow y_1 = y_m \cdot \sin 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \longleftarrow y_2 = y_m \cdot \sin 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

(+ proti směru osy x, - po směru osy x)

Okamžitá výchylka výsledného vlnění:

$$y = y_1 + y_2 = y_m \cdot \left[ \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right] = \underbrace{2y_m \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} x \right)}_{y_{mv}} \cdot \sin \left( \frac{2\pi}{T} t \right)$$

Výsledné vlnění je harmonické, má všude stejnou fázi a stejnou frekvenci jako dílčí vlnění.

- 1) **uzly**:  $y_{mv} = 0$  (trvale)  $\Leftrightarrow \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} x \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = (2k+1) \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = (2k+1) \frac{\lambda}{4}$
- 2) **kmitny**:  $y_{mv} = 2y_m$  (trvale)  $\Leftrightarrow \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} x \right) = \pm 1 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = k\pi \Leftrightarrow x = k \cdot \frac{\lambda}{2}$

Typickým praktickým příkladem stojatého vlnění jsou hudební nástroje. U strunných nástrojů je zdrojem zvuku příčné stojaté vlnění struny, u dechových nástrojů vzniká podélné stojaté vlnění vzduchového sloupce v duté části nástroje. Pro takové stojaté vlnění používáme název **chvění** pružných těles (mechanických soustav).

Chvění pružných těles bývá **zdrojem zvuku**. Chvění může mít průběh

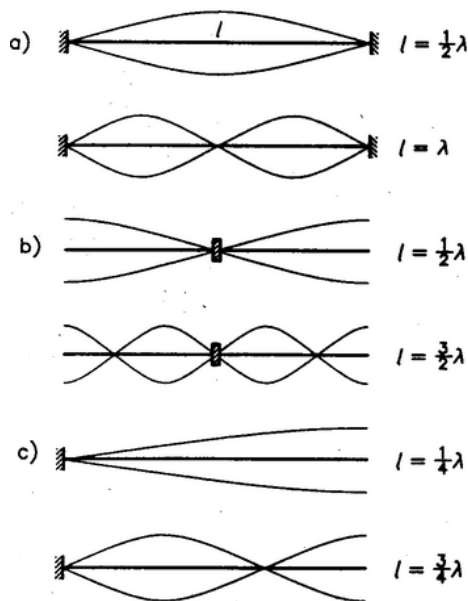
- *neperiodický* – vnímáme jako hluk (praskot, šramot, bušení, skřípot,...)
- *periodický neharmonický* (hudební zvuky – složené tóny)
- *periodický harmonický* (jednoduché tóny).

**Hudební nástroje** jsou pružná tělesa, jejichž rozměry, materiál a způsob upevnění určují přesně určité konkrétní frekvence vlnění. Hudební nástroje se dělí na

- lineární (struny a tyče)
- plošné (desky a blány)
- prostorové (vzduchové sloupce v píšťálách)

Poznámka: Na obrázku jsou příklady stojatých vln na struně. Vlnová délka stojaté vlny a její tvar závisí také na způsobu upevnění struny. Frekvence je ovlivněna napnutím struny, kterým se ovlivní fázová rychlost šíření vlnění. Například pro strunu upevněnou ve dvou bodech na jejich koncích (obrázky a)) vychází základní vlnová délka  $\lambda_1 = 2l$  a základní

frekvence  $f_1 = \frac{v}{2l}$ . Student by měl umět odvodit obecné vztahy pro vyšší harmonické vlnové délky a frekvence, které pro tento případ vychází:  $\lambda_n = \frac{2l}{n}$ ,  $f_n = n \cdot \frac{v}{2l}$ , kde  $n \in \mathbb{N}$ . Pro ostatní případy je postup odvození analogický.



## Šíření vlnění v prostoru

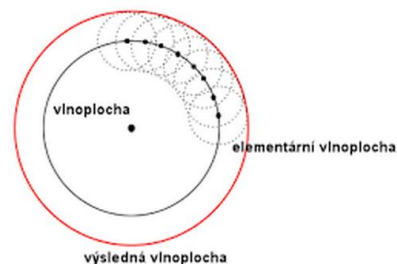
**Izotropní prostředí** má ve všech směrech stejné fyzikální vlastnosti (i fázová rychlost je ve všech směrech stejná).

**Vlnoplocha** - (kulová, rovinná...) je množina bodů, v nichž má vlnění v určitém časovém okamžiku stejnou fázi.

Poznámka: Vlnoplochy užíváme pro znázornění šíření vlnění prostředím. Normálou k vlnoploše v daném místě je **paprsek**, který udává směr šíření vlnění v tomto místě. Při šíření vlnění se uplatňuje **Huygensův princip** (HP). Pomocí HP lze předpovědět budoucí vývoj vlnění, odvodit zákon odrazu, lomu, ...

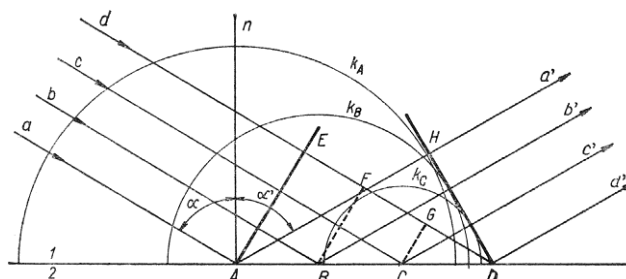
### Huygensův princip

Každý bod vlnoplochy, do něhož dospělo vlnění v určitém časovém okamžiku, lze pokládat za zdroj elementárního vlnění, které se od něho šíří v elementárních vlnoplochách, vlnoplocha v dalším časovém okamžiku je vnější obalová plocha všech elementárních vlnoploch.



### Odraz vlnění

**Zákon odrazu:** Úhel odrazu se rovná úhlu dopadu, odražené vlnění zůstává v rovině dopadu. (Rovina dopadu je určena dopadajícím paprskem a kolmicí dopadu.)



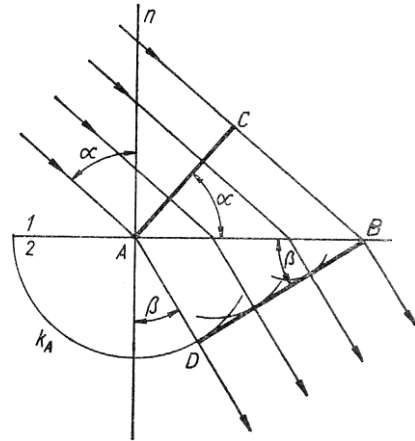
## Lom vlnění

Zákon lomu: Poměr sinů úhlů dopadu a lomu je pro daná dvě prostředí stálý a rovná se poměru fázových rychlostí.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21} n_{21} - \text{index lomu (bezrozměrná veličina)}$$

Ze zákona lomu plyne:

- 1)  $v_2 < v_1 \Rightarrow \beta < \alpha \dots$  lom ke kolmici (na obrázku)
- 2)  $v_2 > v_1 \Rightarrow \beta > \alpha \dots$  lom od kolmice



Poznámka: Student by měl umět pomocí Huygensova principu a uvedených obrázků odvodit zákon lomu i zákon odrazu. Odvození pomůže k lepšímu pochopení Huygensova principu.

**Ohyb vlnění** je jev pronikání vlnění i do prostoru geometrického stínu. Nejvíce se projevuje na otvorech a na překážkách, jejichž rozměry jsou srovnatelné s vlnovou délkou vlnění.

Jestliže má překážka rozměr mnohem větší než vlnová délka vlnění, pak vlnění za překážku nedospěje a za překážkou vzniká stín vlnění. Ohyb na otvoru a na dvou překážkách různých rozměrů je na obrázcích.

