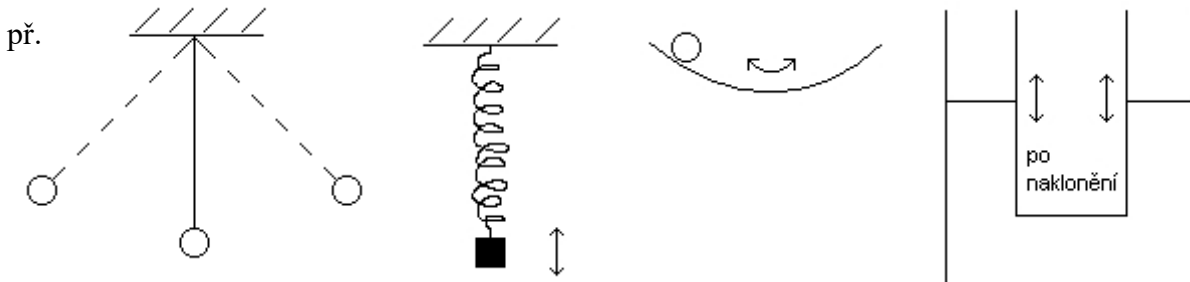


22. Mechanické a elektromagnetické kmity

1. Mechanické kmity

Mechanické kmitání je jev, při kterém se periodicky mění fyzikální veličiny popisující kmitavý pohyb.

Oscilátor – těleso, které je schopné kmitat, (kmitání způsobuje síla pružnosti, nebo tíhová síla, při kmitání se periodicky mění potenciální energie oscilátoru v energii kinetickou a naopak)



A. Kinematika harmonického kmitavého pohybu:

Kinematicky popsat kmitavý pohyb znamená vyjádřit závislost **okamžité výchylky y** , **rychlosti v** a **zrychlení a** mechanického oscilátoru v závislosti na čase. Absolutní hodnota největší výchylky se nazývá **amplituda výchylky y_m** .

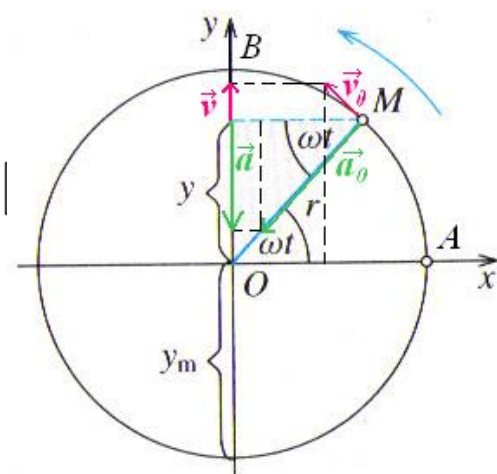
Doba, za kterou přejde oscilátor z jedné krajní polohy do druhé a zpět, se nazývá **perioda T** (doba kmitu, jednotka s). Počet kmitů, které vykoná kmitající bod za jednu sekundu, vyjadřuje **frekvence f** (jednotka Hz). Souvislost periody a frekvence vyjadřuje vztah $f = \frac{1}{T}$.

Harmonický kmitavý pohyb je pohyb, jehož grafem závislosti okamžité výchylky y na čase t je sinusoida.

U kmitavého pohybu můžeme získat vztahy pro okamžitou výchylku, rychlost a zrychlení srovnáním kmitavého pohybu s pohybem po kružnici.

Úhlovou rychlost vystupující u rovnoměrného pohybu po kružnici nazýváme u kmitání **úhlovou frekvencí ω** a platí:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f, \quad [\omega] = \text{s}^{-1} \text{ (nebo rad}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$$



Pohyb po kružnici: $v_0 = \omega \cdot y_m$, $a_0 = \omega^2 \cdot y_m$

$\varphi = \omega t$ (fáze kmit. pohybu)

M: Kinematika kmitání

Okamžitá výchylka: $y = y_m \sin \omega t$

Okamžitá rychlost:

$$\frac{v}{v_0} = \cos \varphi \Rightarrow v = v_0 \cdot \cos \omega t \Rightarrow v = \omega \cdot y_m \cdot \cos \omega t$$

Okamžité zrychlení:

$$\frac{a}{a_0} = \sin \varphi \Rightarrow a = -a_0 \cdot \sin \omega t \Rightarrow a = -\omega^2 y$$

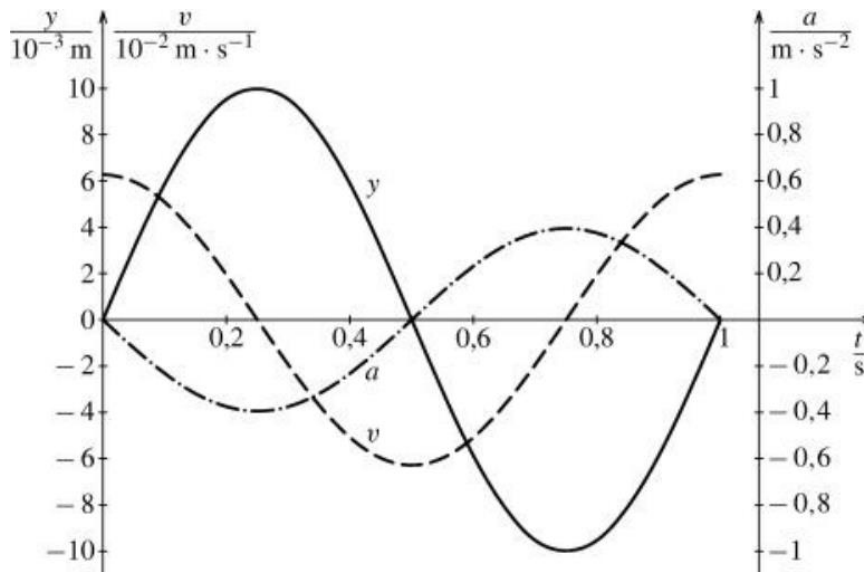
$$\boxed{a = -\omega^2 y_m \sin \omega t}$$

(-zdůrazňuje opačnou orientaci výchylky y a vektoru \vec{a})

Amplituda rychlosti: $v_m = \omega \cdot y_m$

Amplituda zrychlení: $a_m = \omega^2 \cdot y_m$

Časové diagramy kinematických veličin:



Rovnovážná poloha

$$\varphi = 0$$

$$y = y_m \cdot \sin 0 = 0m$$

$$a = -\omega^2 y = 0ms^{-2}$$

$$v = \omega \cdot y_m \cdot \cos 0 = \omega \cdot y_m = v_m \rightarrow \max.$$

Krajní polohy

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$y = y_m \cdot \sin \frac{\pi}{2} = y_m \rightarrow \max.$$

$$a = -\omega^2 y_m = a_m \rightarrow \max.$$

$$v = \omega \cdot y_m \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0ms^{-2}$$

Fáze kmitavého pohybu:

Při zápisu okamžité hodnoty veličiny popisující harmonické kmitání, které není v počátečním okamžiku v rovnovážné poloze, využíváme **počáteční fáze kmitání** φ_0 (odpovídá úhlu, který má opsán průvodič oscilátoru v čase $t = 0s$).

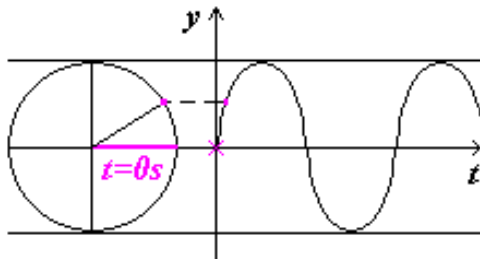
- pokud oscilátor neprochází v čase $t = 0s$ rovnovážnou polohou platí:

$$y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

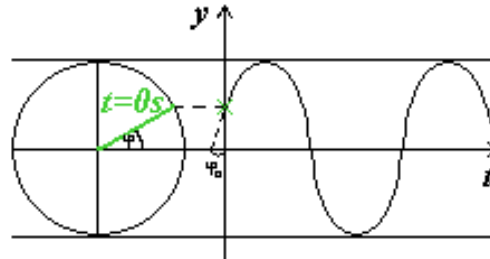
$$a = -y_m \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = \omega \cdot y_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Grafické znázornění harmonického kmitavého pohybu:



Počáteční fáze $\varphi_0 = 0$: $y = y_m \cdot \sin(\omega t)$



Počáteční fáze $\varphi_0 > 0$: $y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$

Skládání kmitavých pohybů:

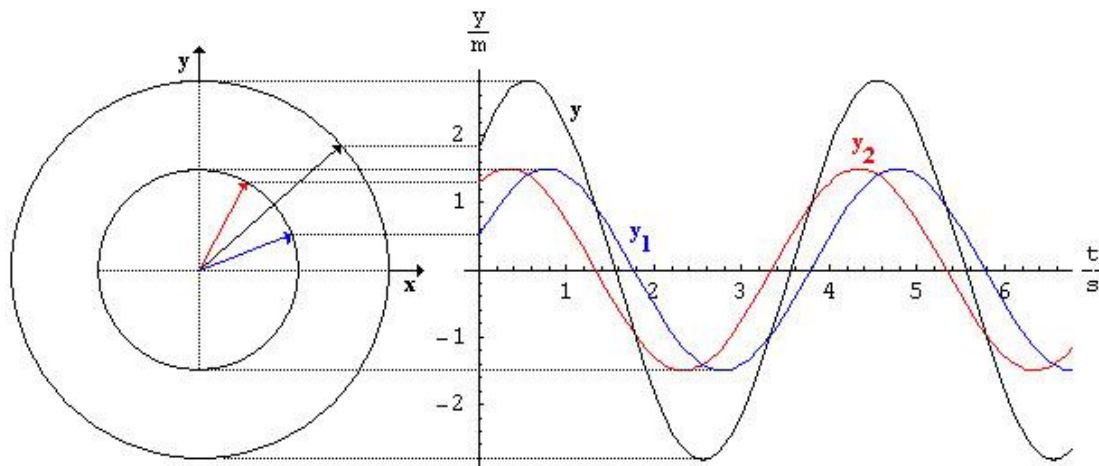
Pro každý časový okamžik je okamžitá výchylka výsledného pohybu rovna algebraickému součtu dílčích okamžitých výchylek.

1. **IZOCHRONNÍ:** Skládání kmitavých pohybů se stejnou periodou T , tj. stejnou frekvencí a úhlovou frekvencí).

$$y_1 = y_{m1} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) \quad \text{a} \quad y_2 = y_{m2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$$

- Výsledný pohyb je harmonický a jeho perioda a frekvence je stejná jako u pohybů skládaných.

$$y_V = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_V), \text{ kde } y_V = y_1 + y_2$$

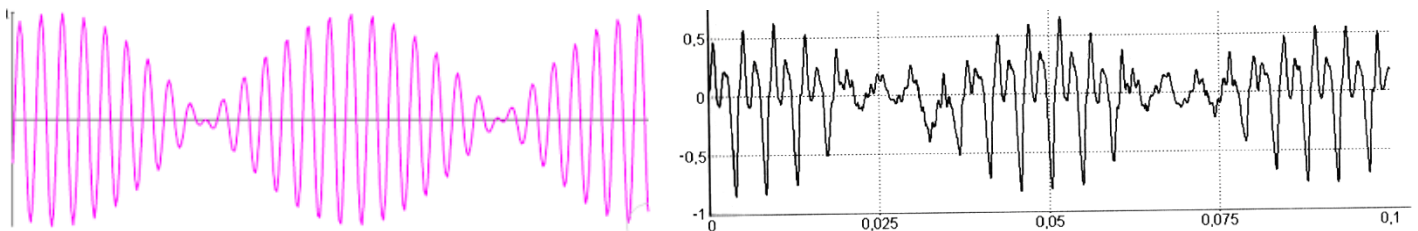


2. **NEIZOCHRONNÍ – složité**

Skládání kmitavých pohybů s různou periodou T , tj. různými frekvencemi a úhlovými frekvencemi.

- výsledné kmitání není harmonické
- zvláštní případ: rázy - úhlové frekvence jednotlivých pohybů se jen velmi málo liší, periodické kolísání amplitudy

např.

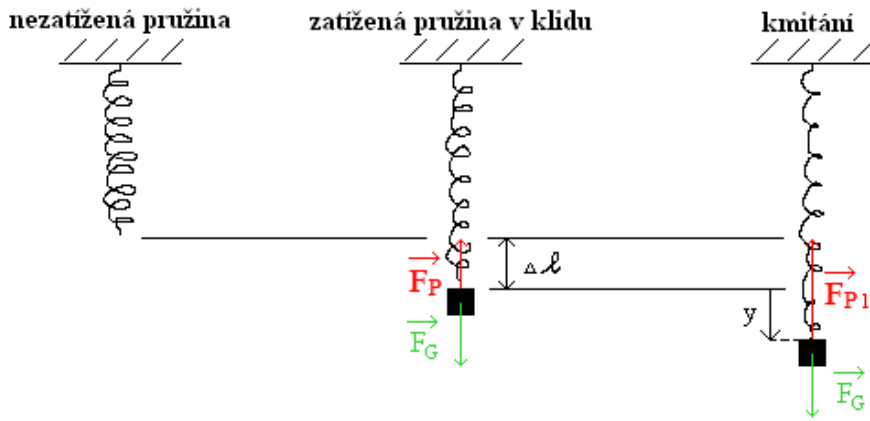


B. Dynamika harmonického kmitavého pohybu:

Dynamika zkoumá příčiny pohybu. Příčinou kmitání mechanického oscilátoru je výslednice sil F působících na oscilátor. Tato výslednice míří v každém okamžiku do rovnovážné polohy a u tělesa zavěšeného na pružině je složena ze síly pružnosti a síly tíhové.

Těleso zavěšené na pružině:

Harmonické kmitání mechanického oscilátoru je způsobeno silou F , jejíž velikost je přímo úměrná výchylce y a má v každém okamžiku směr do rovnovážné polohy: $F = -ky$, kde k je tuhost pružiny, která je charakteristickou vlastností pružiny oscilátoru, $[k] = Nm^{-1}$



$$\vec{F}_G = -\vec{F}_p$$

$$F_G = F_p$$

$$mg = k \cdot \Delta l$$

$$\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_{p1}$$

$$F = F_G - F_{p1}$$

$$F = mg - k(\Delta l + y)$$

$$F = -ky$$

Pozn.: Záporné znaménko ve vztahu pro sílu $F = -ky$ odpovídá tomu, že síla F má vždy směr opačný než výchylka tělesa y .

Z 2. Newtonova pohybového zákona plyne vztah pro úhlovou frekvenci kmitání:

$$F = -ky \wedge F = ma = -m\omega^2 y \Rightarrow m\omega^2 y = ky \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$$

Vztahy pro periodu a frekvenci kmitání získáme ze vztahů pro úhlovou rychlost:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{a} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Perioda vlastních kmitů pružinového oscilátoru je $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

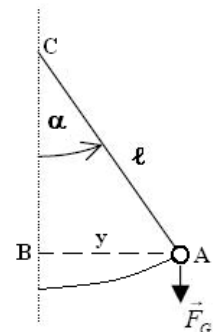
Frekvence vlastních kmitů pružinového oscilátoru je $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

Matematické kyvadlo: Příčinou pohybu kyvadla je pohybová složka tíhové síly, která vzniká při vychýlení kyvadla z rovnovážné polohy.

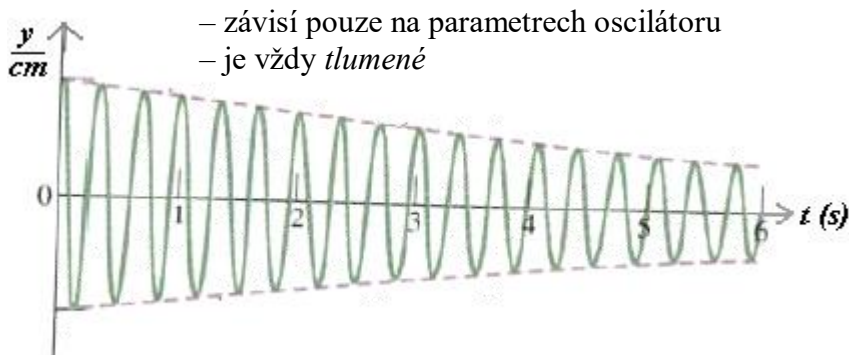
Pro periodu vlastních kmitů kyvadla platí: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Pro frekvence vlastních kmitů kyvadla platí: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

- Perioda a frekvence kmitání nezáleží na hmotnosti zavěšeného tělesa.



Vlastní kmitání oscilátoru – kmitání mechanického oscilátoru, při němž je oscilátoru dodaná energie jen v počátečním okamžiku a dále probíhá periodická přeměna $E_p \leftrightarrow E_k$



C. Energie harmonického kmitavého pohybu:

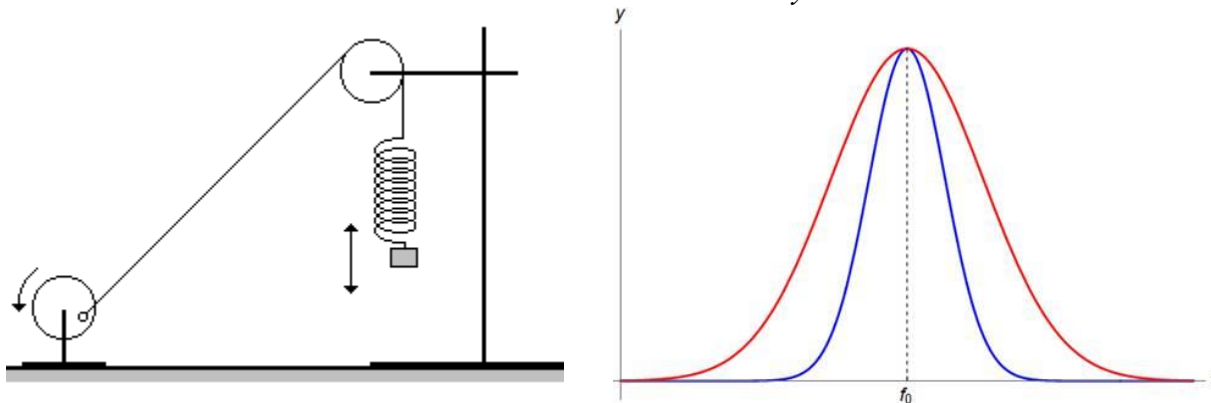
Pro kmitání je charakteristické, že je spojeno s periodickými přeměnami energie.

ZZE: Při harmonickém kmitavém pohybu dochází k přeměně kinetické energie E_k na potenciální energii oscilátoru E_p a naopak. Celkový součet obou energií je v každém okamžiku konstantní.

$$\begin{aligned} E = E_p + E_k &= \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ky_m^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2}\frac{k}{\omega^2}\omega^2 y_m^2 \cos^2 \omega t \\ &= \frac{1}{2}ky_m^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2}ky_m^2} \end{aligned}$$

Chceme-li, aby oscilátor kmital netlumeně, musíme dodávat energii. V tom případě se už nejedná o kmity vlastní, ale o kmity nucené. Při nucených kmitěch kmitá těleso vždy s frekvencí nutícího objektu.

Amplituda nucených kmitů je největší, když se frekvence nucených kmitů rovná frekvenci vlastních kmitů – nastává tzv. **rezonance**. Oscilátor *netlumených kmitů* – rezonátor.



Působením vnější periodické síly na oscilátor vzniká **nucené kmitání oscilátoru**. Jeho perioda odpovídá periodě vnějšího působení na oscilátor. Amplituda oscilátoru je při každé frekvenci kmitání jiná. Největší amplitudu má při rezonanci.

Rezonance – jev prudkého zvýšení amplitudy výchylky rezonátoru v okamžiku, kdy se frekvence dodávek energie shodne s frekvencí vlastních kmitů rezonátoru.

Užití rezonance:

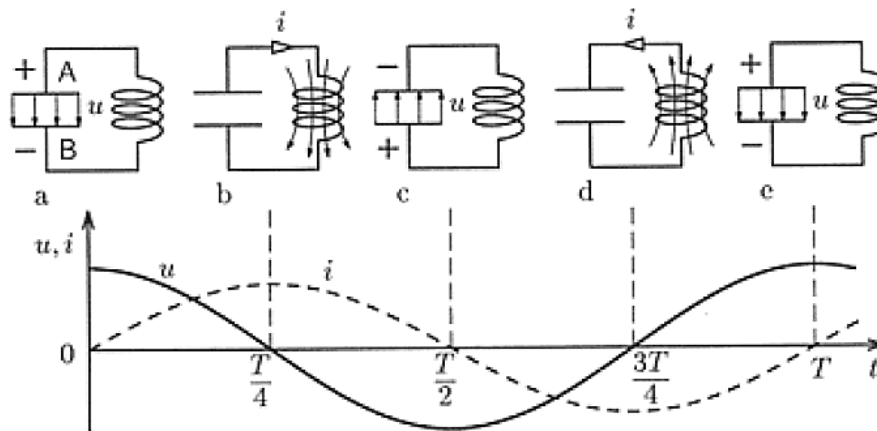
- zesilování kmitů – k zesílení zvuku hudebních nástrojů (rezonanční skříňky)
 - v elektroakustických zařízeních - ladění kanálů (rozhlas, televize)
- škodlivý vliv rezonance – stroje v továrně: $f_{stroje} = f_{podlahy} \Rightarrow$ rezonance \Rightarrow patro se může propadnout
 - rozkmitání automobilu vlivem nerovnosti vozovky
 - před mostem velitel velí rotě „zrušit krok“

Potlačení nežádoucí rezonance:

- změna frekvence vlastního kmitání
- doplnění mechanismu tlumiči kmitů
- zvětšení tření mechanismu

2. Elektromagnetické kmity

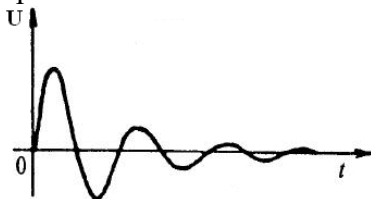
Elektromagnetický oscilátor – elektrický obvod, který kmitá a je zdrojem střídavého napětí potřebné frekvence (nejjednodušší je oscilační obvod – tvořen cívkou o indukčnosti L a kondenzátorem o kapacitě C - obvod LC)



- Základní prvek pro velké množství zařízení (např. pro sdělovací techniku, součást každého vysílače)

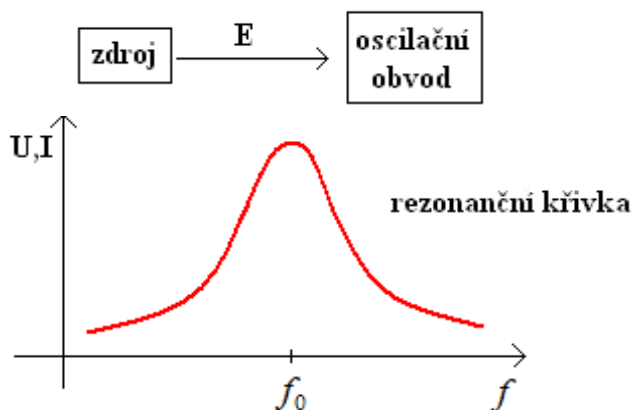
Vysvětlení činnosti:

- Po nabití kondenzátoru se mezi jeho deskami vytvoří elektrické pole, jehož energie představuje počáteční energii oscilátoru.
- Po připojení kondenzátoru k cívce začne oscilačním obvodem procházet proud, kondenzátor se vybíjí a energie elektrického pole se zmenšuje. Současně se zvětšuje proud procházející cívkou a kolem ní se vytváří magnetické pole. Energie elektrického pole kondenzátoru se tedy mění na energii magnetického pole cívky.
- Kondenzátor se vybije za jednu čtvrtinu periody T kmitání obvodu LC. V tom okamžiku dosahuje proud maximální hodnoty a celková energie kmitání je dána energií magnetického pole. Kondenzátor je vybit a proud se začíná zmenšovat. To vede ke vzniku indukovaného napětí, obvodem prochází indukovaný proud a kondenzátor se opět nabíjí.
- Napětí se indukuje v cívce, kterou prochází proměnný proud; ten je zdrojem proměnného magnetického pole (tj. nestacionárního magnetického pole).
- Polarita jeho napětí je ale opačná a v okamžiku $T/2$ je ukončena přeměna magnetické energie v energii elektrickou. Ve druhé polovině periody se popsany děj opakuje - směry proudů a pořadí polarit napětí kondenzátoru jsou ale opačné.
- Periodicky přeměňuje energii elektrického pole v energii magnetického pole a naopak – v praxi dochází ke ztrátám energie (**tlumené kmitání**)



Pro získání **netlumených kmitů** je nezbytné dodávat v pravidelných intervalech energii (nabíjet kondenzátor ze zdroje střídavého napětí), používají se k tomu další elektronické obvody \Rightarrow celé zařízení se nazývá generátor netlumeného kmitání.

Nucené kmitání elmg. oscilátoru – kmitý, kterým je dodávána energie.



Vlastní kmitý oscilačního obvodu:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

f - měnitelná frekvence

Využití – v rozhlasovém přijímači:

- Elektromagnetické kmitání je zde vynucováno malým napětím z antény.
- Při ladění se mění parametry oscilačního obvodu (většinou změnou kapacity kondenzátoru) tak, aby byl v rezonanci s frekvencí, na niž vysílá rozhlasová stanice.
- Oscilační obvod se s touto frekvencí rozkmitá a v dalších částech přijímače je rezonující zesílený signál zpracován.

3. Analogie mezi mechanickým a elmg. oscilátorem

Děje v mechanických a elektromagnetických oscilátorech se liší fyzikální podstatou, existuje však mezi nimi jistá analogie vycházející z obdobného průběhu přeměny energie v oscilátorech.

- v mechanickém se periodicky přeměňuje potenciální energie v kinetickou energii (a naopak)
- v elektromagnetickém pak energie elektrického pole v energii magnetického pole.

Tyto přeměny umožňují srovnat veličiny, kterými děje v oscilátorech popisujeme.

Mechanický oscilátor

E_p

E_k

m

v

y

k

F

Elektromagnetický oscilátor

E_{el}

E_{mg}

L

I

Q

$\frac{1}{C}$

U

Poznámka: Pomocí těchto analogických veličin můžeme přepsat kterýkoli vztah platný pro mechanický oscilátor na analogický vztah platný pro elektromagnetický oscilátor a naopak.

Další analogie:

Mechanický oscilátor

vychýlení závaží z rovnovážné polohy
mechanická potenciální energie pružnosti
průchod závaží rovnovážnou polohou
mechanická kinetická energie závaží

LC obvod

nabití kondenzátoru
elektrická energie kondenzátoru
největší proud v cívce
magnetická energie cívky