

## 9. Struktura a vlastnosti plynů

Osnova:

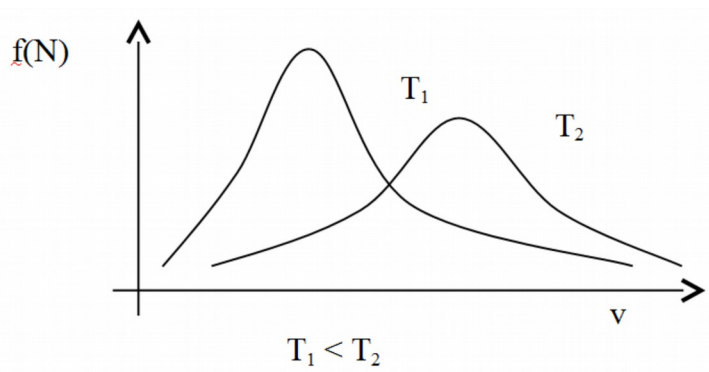
1. Základní pojmy
2. Střední kvadratická rychlost
3. Střední kinetická energie molekuly plynu
4. Stavová rovnice ideálního plynu
5. Jednoduché děje v plynech
  - a) Izobarický děj
  - b) Izochorický děj
  - c) Izotermický děj
  - d) Adiabatický děj

Základní pojmy:

- Ideální plyn
- 1) částice = hmotné body  
plyn je dokonale stlačitelný (což by znamenalo, že jakékoliv množství plynu je možno stlačit na nulový objem)
  - 2) mezi částicemi nepůsobí přitažlivé síly  
 $E_p = 0$  J, tzn.  $U = \sum E_k$   
(veškerá vnitřní energie je tvořena kinetickou energií částic)
  - 3) vzájemné srážky částic a srážky částic s molekulami stěn nádoby jsou dokonale pružné

*Pozn.: Skutečný plyn se při vysokých teplotách a nízkých tlacích vlastnostmi blíží plynu ideálnímu.*

Rozdělení molekul ideálního plynu podle rychlostí při různých teplotách;



Střední kvadratická rychlost

$v_k$ : nahrazujeme jí skutečné rychlosti všech molekul plynu tak, aby se celková kinetická energie plynu nezměnila:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

Dá se vyjádřit i takto:

$$v_k = \sqrt{\frac{3kN_A T}{M_m}} = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_m}}, \text{ kde } k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \text{ je Boltzmannova konstanta}$$

a  $R_m = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  je molární plynová konstanta

(Kdyby se touto střední kvadratickou rychlostí začaly pohybovat všechny molekuly plynu, na celkové vnitřní energii by se změna jejich jednotlivých rychlostí nepoznala.)

### Střední kinetická energie molekuly plynu

$$U_0: U_0 = \frac{m_0 \cdot v_k^2}{2} = \frac{3kT}{2}$$

Tlak plynu - lze experimentálně měřit manometrem  
- platí pro něj základní rovnice pro tlak plynu

$$p = \frac{N_V \cdot m_0 \cdot v_k^2}{3}, \text{ kde } N_V \text{ je počet částic v objemové jednotce.}$$

$$p = \frac{\rho \cdot v_k^2}{3} \dots \text{ z této rovnice lze určit } v_k, \text{ známe-li } p \text{ (tlak) a } \rho$$

(hustotu).

### Stavová rovnice ideálního plynu

Rovnice vyjadřující vztah mezi stavovými veličinami (T- termodynamická teplota, p-tlak, V - objem, N - počet molekul ve vzorku, m - hmotnost vzorku, n - látkové množství).

Stavové veličiny jsou ty, které souvisí se stavem – mohou je změřit na termodynamickém systému, který je v určitém stavu, aniž by záleželo na tom, jak se do tohoto stavu systém dostal.

Mezi stavové veličiny nepatří například teplo. Teplo může systém přijmout nebo odevzdat, ale nemůže teplo „mít“. Systém může mít teplotu, ale ne teplo.

Podle toho, jakými veličinami je stav plynu popsán, lze volit mezi několika na sobě závislými tvary stavové rovnice:

$$\frac{p \cdot V}{T} = konst.$$

Konstantu lze psát v různých tvarech:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{m}{M_m} \cdot R = n \cdot R = \dots$$

*Pozn.: Tato rovnice platí dostatečně přesně pro skutečné plyny pouze při relativně nízkém tlaku a vyšší teplotě (viz výše).*

*Pozn.1. Avogadrův zákon: Plyny o stejném tlaku, objemu a teplotě mají stejný počet molekul. (  $p \cdot V = N_1 \cdot k \cdot T$ ;  $p \cdot V = N_2 \cdot k \cdot T$ . Tzn.  $N_1 = N_2$  ).*

*Pozn.2. Normální molární objem je molární objem plynu za normálních podmínek ( $p_n = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_n =$*

$$273,15 \text{ K}) \dots V_{mn} = \frac{R_m \cdot T_n}{p_n} \approx 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}.$$

**Stavová rovnice pro skutečné plyny:**

1) částice nejsou hmotné body → b

2) mezi částicemi působí síly → a

Pak jeden z tvarů stavové rovnice je van der Waalsova rovnice:

$$\left( p + \frac{a}{V_m^2} \right) \cdot (V_m - b) = R_m \cdot T.$$

## Zopakujme ještě tvar I. Termodynamického zákona:

$$\Delta U = W + Q$$

Pozn. 1 Změna vnitřní energie  $\Delta U$  je vždy vázána na změnu teploty. Tedy roste-li termodynamická teplota systému, zvětšuje se tím i jeho vnitřní energie a naopak.

Pozn. 2 Jestliže okolí koná práci ve prospěch plynu, tak je  $W > 0J$  (třeba pumpujeme hustilkou kolo na bicyklu). V případě, že koná práci plyn, je  $W < 0J$  (například výstřel ze vzduchovky, kdy rozpínající se plyn pohání brok).

### Jednoduché děje v plynech:

#### 1. Izochorický děj (= Charlesův zákon)

- děj s ideálním plynem, u něhož se nemění objem plynu, tedy lze napsat, že

$$V = \text{konstanta} \quad \text{nebo} \quad \Delta V = 0 \text{ m}^3$$

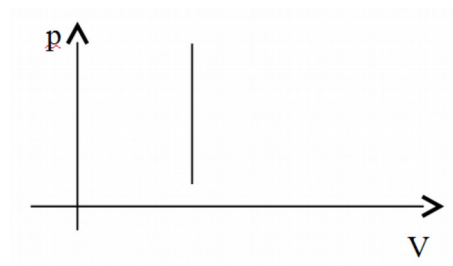
- stavová rovnice pak nabývá tvaru:

$$\frac{p}{T} = \text{konst.} = \frac{m \cdot R}{M_m \cdot V}$$

- dá se říci, že tlak plynu stálé hmotnosti je při izochorickém ději přímo úměrný jeho termodynamické teplotě:

$$p = \text{konst.} \cdot T$$

- pro děj je důležitý tzv. pV diagram (nazýván též pracovní diagram):



- křivku v diagramu nazýváme **izochora**
- jelikož plyn při izochorickém ději nemění svůj objem, není možné, aby konal práci a nelze taktéž konat práci ve prospěch plynu
- z hlediska I. Termodynamického zákona tedy
$$\Delta U = W + Q \quad V = \text{konst.} \quad \Rightarrow \quad W = 0 \text{ J}$$
$$\Delta U = Q$$
- je možné uskutečnit izochorické zahřívání ( $Q > 0J$ ) nebo izochorické ochlazování ( $Q < 0J$ )
- tento tvar je výhodnější „čist“ zprava doleva: veškeré teplo dodané plynu při izochorickém ději se přemění na jeho vnitřní energii
- izochorický děj je možné zakreslit také do diagramu pT nebo VT – tyto jsou předmětem úloh k procvičení

## 2. Izobarický děj = (Gay-Lussacův zákon)

- jde o děj s ideálním plynem stálé hmotnosti, při němž se nemění tlak plynu
- tuto skutečnost lze tedy zapsat dvěma způsoby:

$$p = \text{konst.} \quad \text{nebo} \quad \Delta p = 0 \text{ Pa}$$

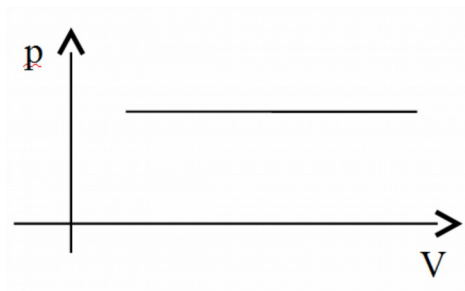
- stavová rovnice pak nabývá tvaru:

$$\frac{V}{T} = \text{konst.} = \frac{m \cdot R}{p \cdot M_m}$$

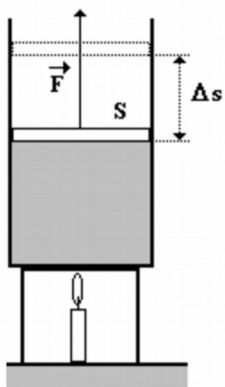
- dá se říci, že objem plynu stálé hmotnosti je při izobarickém ději přímo úměrný jeho termodynamické teplotě:

$$V = \text{konst.} \cdot T$$

- pro děj je důležitý tzv. pV diagram (nazýván též pracovní diagram):



- v grafu je izobarický děj znázorněn **izobarou**
- z hlediska I. Termodynamického zákona je situace složitější než u děje izochorického:  $\Delta U = W + Q$



- je možné uskutečnit izobarické zahřívání (= izobarické rozpínání  $W < 0\text{J}$ ,  $Q > 0\text{J}$ ) nebo izobarické ochlazování (= izobarické stlačování  $W > 0\text{J}$ ,  $Q < 0\text{J}$ )
- zajímá nás, jakou práci pro nás plyn při izobarickém ději vykoná

$$W = F \cdot \Delta s$$

- velikost síly vypočteme z tlaku plynu, který plyn vytváří na píst o ploše S:

$$p = \frac{F}{S} \quad \Rightarrow \quad F = p \cdot S$$

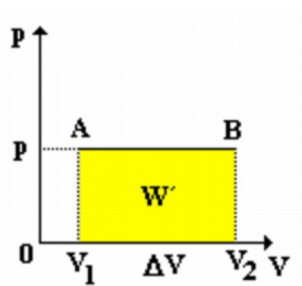
- součinem plochy pístu S a uražené dráhy  $\Delta s$  dostaneme de facto zvětšení objemu plynu  $\Delta V$ :

$$W = p \cdot S \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$$

- vrátíme-li se ke stavové rovnici a především k pV diagramu, lze přijít na to, že právě plocha pod grafem v pV diagramu udává číselně velikost práce, kterou plyn při izobarickém rozpínání vykoná (obdobně i s izobarickým stlačováním)

- izobarický děj je také možné zakreslit také do diagramu

pT nebo VT – tyto jsou předmětem úloh k procvičení



(Potíž je ve znaménkové konvenci, která bude zavedena v tématu 12 (bystřejší si na ni zajisté vzpomenou z běžných hodin fyziky). Připomeňme (pro bystřejší), že práce vykonaná systémem se označuje  $W'$  a platí  $W = -W'$ . Ale můžeme s tím počkat až na téma 12.)

### 3. Izotermický děj (Boylův - Mariottův zákon)

- jde o děj s ideálním plynem stálé hmotnosti, u kterého se nemění teplota:  
tedy  $T = \text{konst.}$  nebo  $\Delta T = 0 \text{ K}$

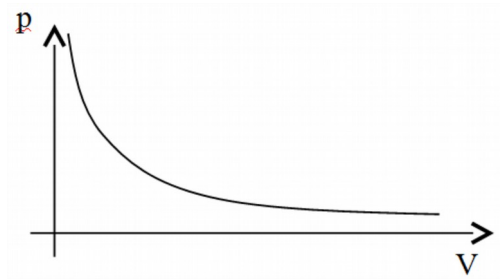
- stavová rovnice bude mít tvar:

$$p \cdot V = \text{konst.} = \frac{m \cdot R \cdot T}{M_m}$$

- z rovnice plyne, že tlak plynu stálé hmotnosti je nepřímo úměrný jeho objemu

$$p = \text{konst.} \cdot \frac{1}{V} = \frac{m \cdot R}{M_m \cdot V}$$

- pracovní diagram je složitější než u izobarického a izochorického děje
- plocha pod grafem opět číselně udává práci, ale výpočet je složitější
- grafem v pracovním diagramu je **izoterma**



Z hlediska prvního  
termodynamického zákona:  
 $\Delta U = W + Q,$

Je-li teplota konstantní,  
nemění se vnitřní energie plynu:  
 $T = \text{konst.} \Rightarrow \Delta U = 0 \text{ J}$   
 $W = - Q.$

- je možné uskutečnit izotermické rozpínání ( $W < 0 \text{ J} \Rightarrow Q > 0 \text{ J}$ )  $\Rightarrow$  nebo stlačování ( $W > 0 \text{ J} \Rightarrow Q < 0 \text{ J}$ )

*(I zde se práce vykonaná při ději vypočítá jako plocha pod grafem, ale výpočet plochy se provádí integrací, což je v matematice ještě před vámi.)*

#### 4. Adiabatický děj (Poissonův zákon)

- $Q = 0 \text{ J}$ , tj. mezi plynem a okolím neprobíhá tepelná výměna
- stavová rovnice nabývá tvaru:

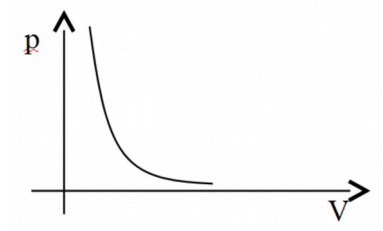
$$p \cdot V^\kappa = \text{konst.} \qquad \kappa = \frac{c_p}{c_v},$$

- kde  $c_p$  je měrná tepelná kapacita při stálém tlaku
- $c_v$  je měrná tepelná kapacita při stálém objemu  
takže vždy  $\kappa > 1$
- rovnici nazýváme Poissonovým zákonem

- Pozn. pro plyn s jednoatomovými molekulami platí:  $\kappa = \frac{5}{3}$ ,

$$\text{pro plyn s dvouatomovými molekulami platí: } \kappa = \frac{7}{5}.$$

- grafem závislosti tlaku plynu stálé hmotnosti na objemu v  $pV$  - diagramu – **adiabata** (křivka podobná hyperbole (izotermě) – strmější klesání)



- z hlediska prvního termodynamického zákona:

$$\Delta U = W + Q \qquad Q = 0 \text{ J}$$
$$\Delta U = W$$

- tento tvar rovnice můžeme přečíst tak, že práci, kterou plyn při adiabatickém ději vykoná, koná **jen na úkor své vnitřní energie** a naopak (koná-li okolí práci na plynu, veškerá tato práce se přemění na zvýšení vnitřní energie)
- můžeme uskutečnit adiabatické rozpínání – práci vykonává plyn na úkor své vnitřní energie ( $\Delta U < 0 \text{ J} \Rightarrow W < 0 \text{ J}$ ) nebo lze uskutečnit adiabatické stlačování ( $\Delta U > 0 \text{ J} \Rightarrow W > 0 \text{ J}$ )
- v praxi mohou být adiabatickými ději takové děje, které proběhnou velmi rychle, takže k tepelné výměně „nestačí“ dojít.