1. Měření ve fyzice, soustava jednotek SI

<u>Fyzika</u>:
- je věda o **hmotě** (ta existuje ve dvou formách – jako **látka**, nebo jako **pole**), o jejích nejobecnějších vlastnostech, stavech, změnách, interakcích

<u>Rozdělení fyziky:</u>

a) *podle metod práce* - experimentální
- teoretická
- počítačové modelování

b) *podle zkoumaných procesů či forem pohybu*
- mechanika
- molekulová fyzika
- termodynamika
- kmitání, vlnění, akustika
- elektřina a magnetismus
- optika
- kvantová fyzika
- atomová a jaderná fyzika
- astrofyzika

c) *podle velikosti zkoumaných objektů*
- fyzika makrosvěta
- fyzika mikrosvěta
- fyzika megasvěta (zkoumá vesmír)

d) *podle cílů zkoumání* - aplikované fyzikální obory

<u>Fyzikálních veličiny</u>:

Vlastnosti hmotných objektů - neměřitelné (barva, vůně, chuť, …)
- měřitelné (objem, hmotnost, teplota, rychlost, …)

Fyzikální veličiny jsou měřitelné vlastnosti hmotných objektů.

<u>Rozdělení fyzikálních veličin</u> – **skalární** (jsou zcela určeny číselnou hodnotou a jednotkou – např. hmotnost *m*, délka *l*, objem *V*, teplota *t*, …)
- **vektorové** (k jejich úplnému určení je třeba znát kromě číselné hodnoty a jednotky i směr – např. síla $\vec{F}$, rychlost $\vec{v}$, …)

Pozn. ***Dohoda o zápisech***:

a) Je-li **X** – **skalární** fyzikální veličina, pak je**{X}**- její číselná hodnota a **[X]** – její jednotka. Platí tedy X ={X}. [X]
Např. Je-li V = 57 cm^3, pak je {V}= 57, [X] = cm^3.

b) Je-li $\vec{Y}$ - **vektorová** fyzikální veličina, pak ***Y*** = $|\vec{Y}|$ je její velikost (velikost vektoru je skalár a pro její zápisy platí stejná pravidla jako pro běžné skalární veličiny). Pravidla používání označení $\vec{Y}$ a *Y* v geometrických zobrazeních a výpočtech je třeba znát a rozlišovat.

<u>Mezinárodní soustava jednotek SI</u> (Systeme International d'Unités):
- obsahuje zákonné měřicí jednotky používané nejen v naší republice, ale téměř v celé Evropě. Jsou rozděleny na
  - a) ***základní jednotky*** – metr, kilogram, sekunda, ampér, kelvin, mol, kandela (stanoveny definicí)
  - b) ***odvozené jednotky*** (odvozují se ze základních pomocí definičních rovnic)
  - c) ***násobky a díly jednotek*** (tvoří se ze základních nebo odvozených jednotek pomocí násobení vhodnou mocninou deseti s možným užitím normalizovaných předpon)
  - d) ***vedlejší jednotky*** (používané z praktických důvodů či tradice – minuta, hodina, litr, tuna, elektronvolt, …)

Měření fyzikálních veličin:

Měření fyzikální veličiny spočívá v tom, že měřenou hodnotu veličiny srovnáváme předepsaným postupem s tzv. měřicí jednotkou (předem smluvená hodnota veličiny téhož druhu)

Rozdělení měřicích metod:

1) - *přímé* (délka, teplota, …)
- *nepřímé* (hustota, měrná tepelná kapacita, …) – užitím fyzikálních vztahů z hodnot jiných naměřených veličin

2) - *statické* (hodnota veličiny – z klidového stavu systému)
- *dynamické* (hodnota veličiny – z pohybu systému)

3) …

Chyby měření:

- *systematické* (soustavné) … nedokonalost smyslů, měřidel, měřicích metod
- *hrubé* … omyl, únava, …
- *náhodné* …působení náhodných vlivů (nedá se vyloučit)

Každá měřená veličina je zatížena nepřesností měření.

A) Určení hodnoty fyzikální veličiny přímým měřením (jedna z možností užívaná při dostatečném počtu měření):

1. Určení aritmetického průměru $\bar{x}$ z naměřených hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $\left(\bar{x} = \frac{1}{n}.\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$ a směrodatné odchylky *s* jednoho měření $\left(s = \sqrt{\frac{1}{n-1}.\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}\right)$
2. Určení mezní chyby (užitím 3s-kritéria) a vyloučení hrubých chyb – tozn., že ze souboru naměřených hodnot vyloučíme ty, které se od průměru $\bar{x}$ liší o více než 3.*s* (ze zbylých hodnot se musí $\bar{x}$ a *s* vypočítat znovu)
3. Určení směrodatné odchylky aritmetického průměru $\left(s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n.(n-1)}.\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}\right)$
4. Zaokrouhlení směrodatné odchylky aritmetického průměru (zpravidla na jednu až dvě platné cifry) a aritmetického průměru (podle směrodatné odchylky)
5. Zápis výsledku měření x = $\bar{x} \pm s(\bar{x})$
   a určení relativní chyby $\rho(\bar{x}) = \frac{s(\bar{x})}{\bar{x}}.100\%$
6. Pokud výsledek zapíšeme v podobě x = $\bar{x} \pm 3.s(\bar{x})$, kde 3.s($\bar{x}$) je mezní chyba, pak je skutečná hodnota veličiny *x* v intervalu ($\bar{x} - 3.s(\bar{x})$; $\bar{x} + 3.s(\bar{x})$) s pravděpodobností 99,7%. V tom případě je relativní mezní chyba $\varepsilon(\bar{x}) = \frac{3.s(\bar{x})}{\bar{x}}.100$.

- -

Příklad určení tloušťky *x* skleněné desky:

Číslo měření	Naměřené hodnoty x_i	Odchylka x_i od $\bar{x}$ $\Delta_i = x_i - \bar{x}$	Δ_i^2
	mm	*mm*	*mm*^{2}
1.	2,32	-0,018	0,000324
2.	2,35	+0,012	0,000144
3.	2,37	+0,032	0,001024
4.	2,31	-0,028	0,000784
5.	2,33	-0,008	0,000064
6.	2,36	+0,022	0,000484
7.	2,35	+0,012	0,000144
8.	2,34	+0,002	0,000004
9.	2,33	-0,008	0,000064
10.	2,32	-0,018	0,000324
$\bar{x}$ = 2,338 *mm*		$\sum \Delta_+ = +0{,}080$ $\sum \Delta_- = -0{,}080$	$\sum_{i=1}^{10} \Delta_i^2 = 0{,}003360$

- Směrodatná odchylka jednoho měření: s = $\sqrt{\frac{1}{10-1}.\sum_{i=1}^{10}\Delta_i^2} = \sqrt{\frac{1}{9}.0{,}003360}\,mm \approx 0{,}019\,mm$
- Žádná z naměřených hodnot se od $\bar{x}$ neliší více než o 3.s $\widehat{=}$ 0,060 *mm*.
- Směrodatná odchylka s($\bar{x}$) aritmetického průměru a její zaokrouhlení na jednu platnou

cifru: $s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{10.(10-1)}.\sum_{i=1}^{10}\Delta_i^2} = \sqrt{\frac{1}{90}.0{,}003360}\,mm \approx 0{,}00611\,mm \approx 0{,}006\,mm$

- Zápis výsledku měření: **x = (2,338 ± 0,006) *mm***
- Relativní chyba: $\rho(\bar{x}) = \frac{s(\bar{x})}{\bar{x}}.100\% = \frac{0{,}006}{2{,}338}.100\% \approx 0{,}25\% \approx 0{,}3\%$

Pozn. 1.: Do chyby výsledku je třeba započítávat i chybu měřidla (její význam je analogický jako směrodatná odchylka aritmetického průměru). Ta se určuje např. jako polovina nejmenšího dílku na stupnici (milimetrové délkové měřidlo, teploměr,…), hodnota udávaná výrobcem (digitální váhy, …), hodnota vypočítaná podle pokynů výrobce na základě jím udané třídy přesnosti (elektrické měřicí přístroje), …

Pozn. 2.: Termínu „směrodatná odchylka“ je ekvivalentní termín „absolutní chyba“. Lze ji vypočítat dostatečně přesně také podle vzorce s($\bar{x}$) = $\frac{5.\sum \Delta_+}{3n.\sqrt{n-1}}$.

Pozn. 3.: Někdy může postačit jen nejjednodušší způsob zpracování výsledků měření (viz následující postup):

1. Aritmetický průměr: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}.\sum_{i=1}^{n} x_i$
2. Průměrná odchylka: $\Delta x = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|}{n}$
3. Zápis výsledku: x = $\bar{x} \pm \Delta x$
4. Průměrná relativní odchylka: $\delta(\bar{x}) = \frac{\Delta x}{\bar{x}}.100$

B) Určení hodnoty fyzikální veličiny nepřímo – výpočtem:

Jsou-li *x, y, z,* … naměřené hodnoty fyzikálních veličin a je-li *w* hledaná veličina, pro niž platí $w = f(x, y, z, \dots)$, pak nejprve určíme aritmetický průměr analogicky, tj. $\overline{w} = f(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}, \dots)$ a pak podle speciálních pravidel platných pro jednotlivé matematické operace s používanými veličinami určíme směrodatnou odchylku tohoto průměru a relativní chybu.

Operace s veličinami, jejichž hodnoty byly získány měřením (pravidla pro počítání s neúplnými čísly): **a =** $\overline{a} \pm \alpha$ **b =** $\overline{b} \pm \beta$

1. SČÍTÁNÍ **a + b = ?**

obecně:

a = $\overline{a} \pm \alpha$

b = $\overline{b} \pm \beta$

konkrétní příklad:

a = (26,37 ± 0,13) *cm*

$$\rho(\overline{a}) = \frac{0,13}{26,37} .100\% \approx 0,5\%$$

b = (14,58 ± 0,09) *cm*

$$\rho(\overline{b}) = \frac{0,09}{14,58} .100\% \approx 0,6\%$$

Platí: **Relativní chyba v určení součtu a + b je rovna nejvýše relativní chybě té z veličin, která byla určena s menší přesností**.

$$\overline{a+b} = \overline{a} + \overline{b}$$

$$\rho\left(\overline{a+b}\right) = \max\left(\rho(\overline{a}), \rho(\overline{b})\right)$$

$$s\left(\overline{a+b}\right) = \frac{\rho\left(\overline{a+b}\right)}{100} .\left(\overline{a+b}\right)$$

a + b = $\overline{a+b} \pm s\left(\overline{a+b}\right)$

$\overline{a+b} =$ (26,37 + 14,58) *cm* = 40,95 *cm*

$\rho\left(\overline{a+b}\right)$ = max (0,5%,0,6%) = 0,6%

$$s\left(\overline{a+b}\right) = \frac{0,6}{100} .40,95\,cm \approx 0,2457\ cm \approx 0,25\,cm$$

a + b = (40,95 ± 0,25) *cm*

---

2. ODČÍTÁNÍ **a – b = ?**

obecně:

a = $\overline{a} \pm \alpha$

b = $\overline{b} \pm \beta$

konkrétní příklad:

a = (2,041 ± 0,002) *g*

$$\rho(\overline{a}) = \frac{0,002}{2,041} .100\% \approx 0,1\%$$

b = (1,315 ± 0,001) *g*

$$\rho(\overline{b}) = \frac{0,001}{1,315} .100\% \approx 0,1\%$$

Platí: **Směrodatná odchylka rozdílu a - b je rovna součtu směrodatných odchylek menšence a menšitele.**

$$\overline{a-b} = \overline{a} - \overline{b}$$

$\overline{a-b} =$ (2,041 - 1,315) g = 0,726 g

$$s\left(\overline{a-b}\right) = s(\overline{a}) + s(\overline{b})$$

a - b = $\overline{a-b} \pm s\left(\overline{a-b}\right)$

$$\rho\left(\overline{a-b}\right) = \frac{s\left(\overline{a-b}\right)}{\overline{a-b}} .100\%$$

$$s\left(\overline{a-b}\right) = (0,002 + 0,001)\,g = 0,003\ g$$

a - b = (0,726 ± 0,003) g

$$\rho\left(\overline{a-b}\right) = \frac{0,003}{0,726} .100\% \approx 0,4\%$$

Pozn. Z uvedeného pravidla pro odčítání neúplných čísel plyne logicky skutečnost, že je třeba vyhýbat se takovým měřicím metodám, kde by výsledek vycházel jako rozdíl dvou měřených hodnot málo se od sebe velikostí lišících.

---

3. NÁSOBENÍ **a . b = ?**

obecně:	*konkrétní příklad:*
a = $\overline{a} \pm \alpha$	**a = (1,315 ± 0,002) *cm***
	$\rho(\overline{a}) = \frac{0{,}002}{1{,}315}.100\% \approx 0{,}15\%$
b = $\overline{b} \pm \beta$	**b = (8,56 ± 0,03) *cm***
	$\rho(\overline{b}) = \frac{0{,}03}{8{,}56}.100\% \approx 0{,}35\%$

Platí: **Relativní chyba v určení součinu a.b je rovna součtu relativních chyb činitelů.**

$\overline{a.b} = \overline{a}.\overline{b}$	$\overline{a.b}$ = (1,315 . 8,56) $cm^2 \approx 11{,}2564\ cm^2$
$\rho\left(\overline{a.b}\right) = \rho(\overline{a}) + \rho(\overline{b})$	$\rho\left(\overline{a.b}\right) \approx$ 0,15% + 0,35 % = 0,5 %
$s\left(\overline{a.b}\right) = \frac{\rho\left(\overline{a.b}\right)}{100}.\left(\overline{a.b}\right)$	$s\left(\overline{a.b}\right) \approx \frac{0{,}5}{100}.11{,}2564\ cm^2 \approx 0{,}056\ cm^2$
a . b = $\overline{a.b} \pm s\left(\overline{a.b}\right)$	**a . b = (11,256 ± 0,056) cm^2**

---

4. DĚLENÍ **a : b = ?**

obecně:	*konkrétní příklad:*
a = $\overline{a} \pm \alpha$	**a = (26,3 ± 0,1) *g***
	$\rho(\overline{a}) = \frac{0{,}1}{26{,}3}.100\% \approx 0{,}4\%$
b = $\overline{b} \pm \beta$	**b = (8,22 ± 0,05) cm^3**
	$\rho(\overline{b}) = \frac{0{,}05}{8{,}22}.100\% \approx 0{,}6\%$

Platí: **Relativní chyba v určení podílu a:b je rovna součtu relativních chyb dělence a dělitele.**

$\overline{a:b} = \overline{a} : \overline{b}$	$\overline{a:b}$ = (26,3 : 8,22) $g.cm^{-3} \approx 3{,}1995\ g.cm^{-3}$
$\rho\left(\overline{a:b}\right) = \rho(\overline{a}) + \rho(\overline{b})$	$\rho\left(\overline{a:b}\right) \approx$ 0,4% + 0,6 % = 1 %
$s\left(\overline{a:b}\right) = \frac{\rho\left(\overline{a:b}\right)}{100}.\left(\overline{a:b}\right)$	$s\left(\overline{a.b}\right) \approx \frac{1}{100}.3{,}19951\ g.cm^{-3} \approx 0{,}03\ g.cm^{-3}$
a : b = $\overline{a:b} \pm s\left(\overline{a:b}\right)$	**a : b = (3,20 ± 0,03) $g.cm^{-3}$**

---

5. UMOCŇOVÁNÍ A ODMOCŇOVÁNÍ $\sqrt[m]{a^n} = ?$

obecně:	*konkrétní příklad:*
a = $\overline{a} \pm \alpha$	**a = (2,46 ± 0,02) *g*** m = 2, n = 3
	$\rho(\overline{a}) = \frac{0{,}02}{2{,}46}.100\% \approx 0{,}8\%$

Platí: **Relativní chyba v určení čísla $\sqrt[m]{a^n}$ je rovna $\frac{n}{m}.\rho(\overline{a})$.**

$\overline{\sqrt[m]{a^n}} = \sqrt[m]{\overline{a}^n}$	$\overline{\sqrt{a^3}} = \sqrt{2{,}46^3}\, g^{\frac{3}{2}} \approx 3{,}8583 g^{\frac{3}{2}}$
$\rho\left(\overline{\sqrt[m]{a^n}}\right) = \frac{m}{n}.\rho(\overline{a})$	$\rho\left(\overline{\sqrt{a^3}}\right) \approx \frac{3}{2}$. 0,8% = 1,2 %
$s\left(\overline{\sqrt[m]{a^n}}\right) = \frac{\rho\left(\overline{\sqrt[m]{a^n}}\right)}{100}.\left(\overline{\sqrt[m]{a^n}}\right)$	$s\left(\overline{\sqrt{a^3}}\right) \approx \frac{1{,}2}{100}.3{,}8583 g^{\frac{3}{2}} \approx 0{,}5 g^{\frac{3}{2}}$
$\sqrt[m]{a^n} = \overline{\sqrt[m]{a^n}} \pm s\left(\overline{\sqrt[m]{a^n}}\right)$	$\sqrt{a^3}$ **= (3,9 ± 0,5)** $g^{\frac{3}{2}}$

Některé základní frekventované fyzikální konstanty:

rychlost světla ve vakuu	$c = 299792458\ m.s^{-1}$
elementární elektrický náboj	$e = 1{,}602.10^{-19}\ C$
permeabilita vakua	$\mu_0 = 4\pi.\ 10^{-7}\ N.A^{-2}$
permitivita vakua	$\varepsilon_0 = 8{,}854.10^{-12}\ N^{-1}.m^{-2}.C^{2}$
gravitační konstanta	$\kappa = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^{-2}.kg^{-2}$
Avogadrova konstanta	$N_a = 6{,}022\ .10^{23}\ mol^{-1}$
Boltzmannova konstanta	$k = 1{,}38.10^{-23}\ J.K^{-1}$
molární plynová konstanta	$R_m = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$
atomová hmotnostní konstanta	$m_u = 1{,}66.10^{-27}\ kg$
Planckova konstanta	$h = 6{,}626.10^{-34}\ J.s$
redukovaná Planckova konstanta	$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}054.10^{-34}\ J.s$
Stefanova-Boltzmannova konstanta	$\sigma = 5{,}67.10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$
konstanta Wienova posunovacího zákona	$b = 2{,}898.10^{-3}\ m.K$
molární objem ideálního plynu	$V_{mol} = 22{,}4.10^{-3}\ m^{3}.mol^{-1}$
hmotnost elektronu	$m_e = 9{,}11.10^{-31}\ kg$
hmotnost protonu	$m_p = 1{,}67.10^{-27}\ kg$
Rydbergova konstanta	$R_\infty = 1{,}10.10^{7}\ m^{-1}$
Faradayova konstanta	$F = 9{,}65.10^{4}\ C.mol^{-1}$