

30. Základy speciální teorie relativity

Klasická mechanika – vznikla v 17. století zejména zásluhou Galilea Galileiho a Isaaca Newtona. Jejím základem se staly tři Newtonovy pohybové zákony umožňující přesné výpočty pohybu planet a dalších vesmírných i pozemských těles, návrhy různých mechanismů používaných v praxi ...

Základní poznatky klasické mechaniky:

- vztažná soustava + soustava souřadnic ... soustava, v níž popisujeme události a děje pomocí čtyř souřadnic x, y, z (určují místo) a t (určuje čas);
- inerciální vztažná soustava IVS – v ní platí Newtonovy pohybové zákony, popis těles v ní je nejjednodušší;
 - inerciální je i každá soustava, která se vzhledem k dané IVS pohybuje rovnoměrně přímočaře;
- neinerciální vztažná soustav NIVS - prakticky každá soustava, která se vzhledem k IVS pohybuje nerovnoměrně (zrychluje, zpomaluje), nebo se pohybuje křivočaře;
 - obecně v ní neplatí Newtonovy zákony, zavádíme v ní fiktivní (tzv. setrvačnou) sílu, která má opačný směr než zrychlení soustavy a nemá původ ve vzájemném působení mezi tělesy;

- 1) **Čas je absolutní** – plyne stejně rychle ve všech vztažných soustavách.
- 2) **Současnost událostí je absolutní** – jsou-li dvě nesoumísné události současné v jedné soustavě, jsou současné i ve všech ostatních soustavách.
- 3) **Délka předmětů je absolutní** – má-li dané těleso v určité soustavě délku d , bude mít tuto délku d i v kterékoliv jiné soustavě.
- 4) **Hmotnost tělesa je stálá**, nezávislá na rychlosti. **Rychlost může neomezeně narůstat** ($a = \frac{F}{m}$, při konstantní F působící dostatečně dlouho roste v neomezeně: $v = a \cdot t$).
- 5) **Zákon skládání rychlostí** má jednoduchou podobu {např. pro souhlasný směr dvou pohybů jednoho tělesa s rychlostmi u' a v (v ... rychlost vlaku vzhledem k zemi, u' ... rychlost člověka vzhledem k vlaku) je výsledná rychlost $u = u' + v$ (rychlost člověka vzhledem k zemi)}.
- 6) **Podle mechanického (Galileiho) principu relativity** platí ve všech inerciálních vztažných soustavách stejné Newtonovy zákony a z hlediska mechaniky jsou proto **všechny IVS naprosto rovnocenné**. Žádnými mechanickými pokusy provedenými uvnitř inerciální vztažné soustavy nelze proto zjistit její rovnoměrný přímočarý pohyb vzhledem k jiné inerciální soustavě.

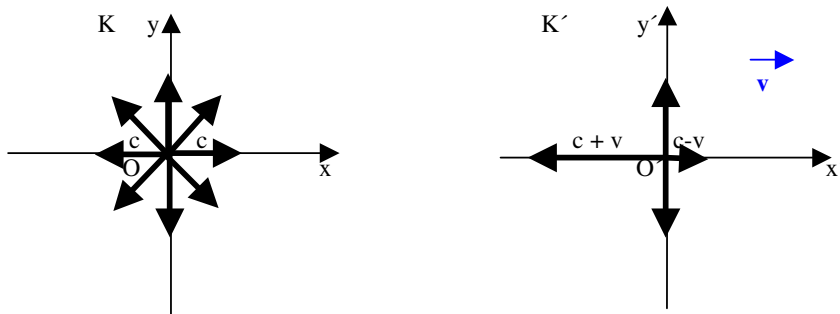
Klasická mechanika je v rozporu s realitou:

1. ve světě velkých rychlostí (blízkých rychlosti světla) - problémy vysvětluje speciální teorie relativity a později obecná teorie relativity
2. ve světě malých hmotností - rozpory odstraňuje kvantová fyzika

Speciální teorie relativity (STR) vznikla počátkem 20. století a je spojena se snahou odpovědět na otázku, zda lze zjistit rovnoměrný přímočarý pohyb inerciální vztažné soustavy jiným než mechanickým způsobem – např. pozorováním nemechanických dějů:

Příklad jednoduché úvahy, která měla tuto otázku zodpovědět:

- 1) K - IVS, která je v abs. klidu
O – počátek a zdroj světla v K
- 2) K' - IVS pohybující se rychlostí v ve směru kladné poloosy x
O' - počátek a zdroj světla v K'



V K by měl pozorovatel naměřit ve všech směrech stejnou rychlost světla. Soustava v absolutním klidu by měla být jediná (**absolutní vztažná soustava**), v níž se světlo šíří ve všech směrech stejnou rychlostí. V K' by však měl pozorovatel naměřit podél osy x' rychlosti jiné (ve směru pohybu K' rychlost $c - v$, proti směru pohybu K' rychlost $c + v$).

Je jasné, že Země nemůže být absolutní soustavou, nezaujímá mezi vesmírnými tělesy žádné zvláštní postavení, obíhá kolem Slunce, rotuje kolem své osy. Měli bychom na ní tedy měřit v různých směrech různé rychlosti světla. Výsledky všech optických pokusů, prováděných od konce 19. století, jsou však negativní. Světlo se ve všech směrech šíří vzhledem k Zemi stejnou rychlostí c .

Albert Einstein založil **speciální teorii relativity na dvou základních principech** (postulátech):

1. Princip relativity: *Ve všech IVS platí stejné fyzikální zákony.*

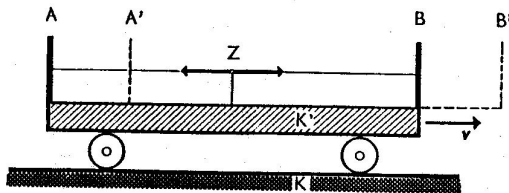
2. Princip stálé rychlosti světla: *Ve všech IVS má rychlost světla ve vakuu stejnou velikost, nezávisle na vzájemném pohybu světelného zdroje a pozorovatele. Rychlost světla v libovolné IVS je ve všech směrech stejná.*

Důsledky principů STR:

1. Relativnost současnosti 2 nesoumístných událostí

Současnost dvou nesoumístných událostí je relativní.

Dvě nesoumístné události současné v soustavě K' nejsou současné vzhledem k soustavě K .

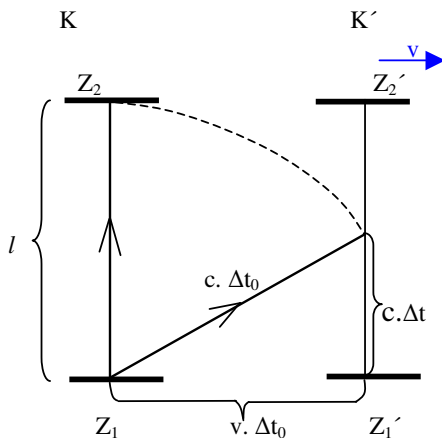


Uprostřed vagónu pohybujícího rovnoměrně přímočaře rychlostí v stojí pozorovatel Z , který je spjat s IVS vagónu K' . Pozorovatel Z má dvě baterky, jednu namířenou proti stěně A a druhou proti stěně B . Obě baterky zároveň rozsvítí. Z jeho pohledu dopadnou paprsky na stěny A i B současně.

Z pohledu vnějšího pozorovatele (spjatého za soustavou K) však dopadnou paprsky dříve na zadní stěnu, protože ta se pohybuje směrem k paprskům (dopadnou tedy na A'). Přední stěna se pohybuje směrem od světla, proto sem paprsky dopadnou později. (na B').

2. Dilatace času

Hodiny H' pohybující se vzhledem k pozorovateli jdou pomaleji než hodiny H , které jsou vzhledem k pozorovateli v klidu.



Δt – čas měřený v soustavě K' na hodinách, které se pohybují rychlostí v

Δt_0 – čas měřený v soustavě K na hodinách v klidu

$$l = c \cdot \Delta t_0$$

$$c^2 \Delta t_0^2 = c^2 \Delta t^2 + v^2 \Delta t_0^2$$

$$\Delta t_0^2 (c^2 - v^2) = c^2 \Delta t^2$$

$$\Delta t_0^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} \Delta t^2$$

$$\Delta t_0^2 = \frac{1}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} \Delta t^2$$

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Pozn. 1: Mezi jevy, které vedly k přesvědčivému ověření vztahu pro dilataci času, patří závislost doby života mezonů π^+ na jejich rychlosti (podle klasické fyziky by jim celková doba jejich života řádově $10^{-8} s$ umožňovala střední dráhu asi $7,4 m$. Experimenty však v dokonalém souladu se vztahem pro dilataci času ověřují, že doba života mezonů π^+ je podstatně delší a dráha je proto asi $53 m$).

Pozn. 2: Další ověření vztahu pro dilataci času bylo a je prováděno ve výzkumném středisku CERN poblíž Ženevy (r. 1990 – chyba 1 promile).

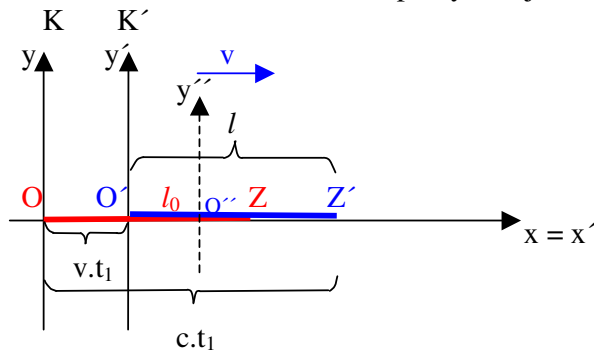
Pozn. 3: Vztah pro dilataci času byl již ověřen při rychlosti dopravních prostředků (např. již v r. 1971 - srovnání chodu cesiových atomových hodin přenesených letadlem kolem Země s hodinami na Zemi – zpoždění asi $200 ns$).

3. Kontrakce délek

Délka tyče l v soustavě, vzhledem k níž se tyč pohybuje rychlostí v , je menší než délka tyče l_0 , vzhledem k níž je v klidu.

Měření délky pohybujícího se předmětu musíme provést s vědomím, že „klasická“ metoda by vyžadovala současné určení poloh koncových bodů měřeného předmětu a vzhledem k tomu, že současnost událostí je relativní pojem, je rovněž délka předmětu relativní vzhledem k volbě vztažné soustavy. Proto je třeba volit např. následující způsob:

měřený předmět ... tyč: levý okraj O – zdroj světelného signálu
pravý okraj Z – zrcátko



1) v klidové soustavě K je doba t_0 , za kterou světlo urazí dráhu OZO, dána vztahem:

$$t_0 = \frac{2 \cdot l_0}{c}$$

2) v soustavě K' , která se pohybuje rychlostí v , se světlo šíří

- od levého konce tyče k zrcátku po dobu t_1 a urazí přitom dráhu $c \cdot t_1 = v \cdot t_1 + l$

- od zrcátka zpět k levému konci tyče po dobu t_2 a urazí dráhu $c \cdot t_2 = l - v \cdot t_2$,

kde l je délka tyče v pohybující se soustavě K' .

Celková doba, za niž světlo urazí v K' dráhu $OZ'O''$ (od levého okraje k pravému a

zpět), je $t = t_1 + t_2 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2}$. Je zřejmé, že $t > t_0$.

Zvážíme-li, že $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{2l_0}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, pak $\frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{\frac{2l_0}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, odkud úpravou

získáme
$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

4. Skládání rychlostí ve STR (relativistické skládání rychlostí)

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

, kde v je rychlost soustavy K' vzhledem k soustavě K ,

u' je rychlost částice podél kladné poloosy x' v soustavě K' ,

u je výsledná rychlost částice vzhledem k soustavě K .

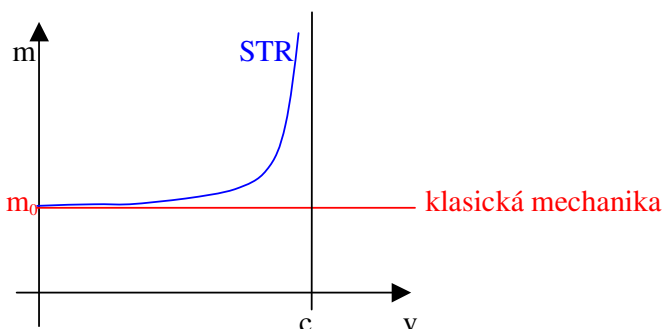
Lze ověřit, že podle tohoto vzorce platí: i kdyby $v = c$, $u' = c$, pak $u = c$.

5. Relativistická hmotnost

Hmotnost každého tělesa se s rostoucí rychlostí zvětšuje podle vztahu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

, kde m je tzv relativistická hmotnost a m_0 klidová hmotnost tělesa.



Z grafu plyne, že při malých rychlostech $v \ll c$ je relativistická hmotnost tělesa přibližně rovna jeho hmotnosti klidové. Jestliže se však rychlost tělesa (částice) blíží rychlosti světla, roste jeho hmotnost nade všechny meze. Odsud ovšem také plyne, že případná působící konstantní síla by tělesu udělovala stále menší a menší zrychlení ($a = \frac{F}{m}$).

Proto nemůže žádné těleso s klidovou hmotností různou od nuly dosáhnout rychlosti světla ve vakuu, natož ji překročit.

Pro relativistickou hmotnost však **platí zákon zachování hmotnosti**, podle nějž úhrnná relativistická hmotnost izolované soustavy těles zůstává při všech dějích probíhajících v této soustavě konstantní.

6. Relativistická hybnost

Hybnost každého tělesa souvisí s jeho rychlostí podle vztahu

$$p = m \cdot v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot v$$

Pro relativistickou hybnost **platí rovněž zákon zachování hybnosti**, který patří mezi nejzákladnější a nejobecnější fyzikální zákony.

7. Vztah mezi hmotností a energií

Zatímco podle klasické dynamiky není mezi energií tělesa E a jeho setrvačnou hmotností m_0 žádný obecně platný vztah (např. energie E_k , E_p , U tělesa se mění, ale hmotnost zůstává stálá), v relativistické dynamice souvisí změna energie tělesa se změnou hmotnosti:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

Tento vztah platí nezávisle na tom, jakým způsobem se mění energie tělesa.

Vzhledem k velké hodnotě rychlosti světla odpovídá určité změně energie ΔE makroskopického tělesa obvykle jen malá změna Δm hmotnosti. Proto v klasické fyzice hmotnost považujeme za konstantní a nezávislou na energii.

Vztah $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ byl však bezpečně ověřen velkým počtem údajů v jaderné fyzice. Na jeho využití je např. založen jaderný reaktor a jaderná nebo termonukleární bomba. Má velký význam také např. v astrofyzice (původ sluneční energie, energie hvězd, apod.).

Albert Einstein ale také usoudil, že obdobný vztah bude platit i mezi celkovou energií soustavy a hmotností soustavy. Odpovídající rovnice vyjadřuje tzv. Einsteinův vztah mezi hmotností a energií:

$$E = m \cdot c^2.$$

Tento vztah patří mezi nejvýznamnější výsledky speciální teorie relativity. Energie a hmotnost jsou dvě různé veličiny, Einsteinovou rovnicí jsou však spjaty vztahem přímé úměrnosti.

Je-li těleso nebo částice vzhledem k vztažné soustavě v klidu, pak jeho energie je tzv. **klidová energie** E_0 . Platí:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2.$$

Celková energie tělesa E se pak rovná součtu klidové energie E_0 a kinetické energie E_k :

$$E = E_0 + E_k.$$

Pro celkovou energii soustavy $E = m \cdot c^2$ **platí zákon zachování energie:**
Celková energie izolované soustavy zůstává při všech dějích probíhajících uvnitř soustavy konstantní.

Pozn. V klasické fyzice zákon zachování energie nesouvisí se zákonem zachování hmotnosti. Podle STR je však mezi těmito zákony tak úzká souvislost, že je lze považovat za dvě různé formy téhož zákona. Patří spolu se zákonem zachování hybnosti k nejobecnějším fyzikálním zákonům.